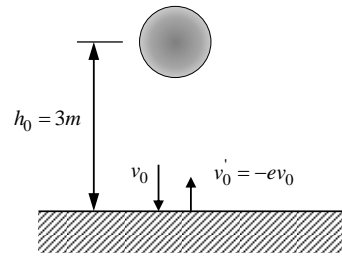


## 7.10

初期の位置エネルギー  $mgh_0$  と運動エネルギーの関係から最初の衝突前の速度  $v_0$  が求まる。

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh_0}$$



これをはねかえりの係数（反発係数）の式に代入する。ただし、床の速度はゼロとする。

$$e = \frac{0 - v_0'}{v_0 - 0} \Rightarrow v_0' = -ev_0$$

衝突後の速度がわかると、1回目のはね上がる高さがわかる。

$$h_1 = \frac{1}{2g}v_0'^2 = \frac{1}{2g}(-ev_0)^2 = e^2h_0$$

同様に、2回目のはね上がる高さを求める。

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} \quad v_1' = -ev_1 \quad h_2 = \frac{1}{2g}v_1'^2 = \frac{1}{2g}(-ev_1)^2 = e^2h_1 = e^4h_0$$

これからわかることは、はね上がる高さははねかえりの係数の2乗の等比数列になることがわかる。よって、等比数列の和の計算を行う。ただし、球の移動距離は初回に床に衝突する時は  $h_0$  であるが、その後ははね上がり落下することを繰り返すので、全体の距離は

$$\begin{aligned} H &= h_0 + 2(h_1 + h_2 + \dots) = h_0 + 2(e^2h_0 + e^4h_0 + e^6h_0 + \dots) \\ &= h_0 + 2h_0e^2(1 + e^2 + e^4 + \dots) \end{aligned}$$

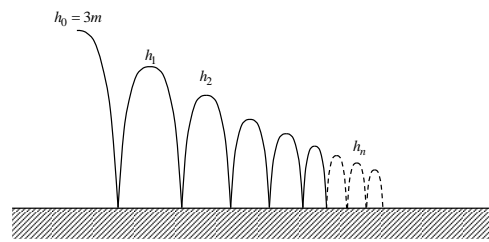
となる。ここで、 $E = e^2 + e^4 + e^6 + \dots$  とおくと

$$E = e^2(1 + E) \quad \text{なので、} \quad E = \frac{e^2}{1 - e^2} \quad \text{となる。} \quad e^2 < 1$$

であるので解は収束して有限値になります。等比数列の和の公式を使ってもよいが、そこまででは無いと思います。よって、球の移動距離は

$$H = h_0 + 2h_0E = 3 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{0.8^2}{1 - 0.8^2} = \frac{41}{3} = 13.6666 \dots$$

したがって、球の移動距離は、13.7mである。



横に進む訳ではありません（イメージ）。