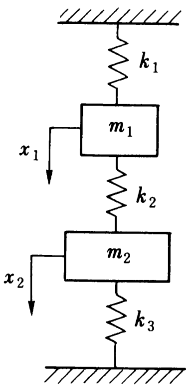
機械力学２　第 10 回目　授業課題　　　　　　　　　　　　　　　　　令和元年６月 18 日

機械科学　（　　　）年（A,　N）クラス　（　　　　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

以下の振動系の運動方程式を導き，固有円振動数および振動モードを導け．ただし，$m_1=m_2=m$, $k_1=k_2=k_3=k$ とする．



運動方程式は

$$m\ddot{x}_1=-kx_1-k(x_1-x_2)$$

$$m\ddot{x}_2=-k(x_2-x_1)-kx_2$$

行列・ベクトル形式で整理すると

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

自由振動の解を

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}\sin(\omega t-\phi)$$

と置き上式に代入し，固有値問題を得る

$$\begin{bmatrix} 2k-m\omega^2 & -k \\ -k & 2k-m\omega^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

自明解 $\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ 以外の解を求めるため，係数行列の行列式をゼロにする．

$$\begin{vmatrix} 2k-m\omega^2 & -k \\ -k & 2k-m\omega^2 \end{vmatrix}=(2k-m\omega^2)^2-k^2$$

$$=m^2\omega^4-4mk\omega^2-3k^2=(m\omega^2-k)(m\omega^2-3k)=0$$

固有円振動数（固有角振動数）は

$$\omega_{n1}=\sqrt{k/m}\ ,\quad \omega_{n2}=\sqrt{3k/m}$$

固有値問題に代入する．

１次モード：$\omega_{n1}=\sqrt{k/m}$

$$\begin{bmatrix} 2k-m\omega_{n1}^2 & -k \\ -k & 2k-m\omega_{n1}^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{21} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{21} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}\ \text{より}\quad \frac{A_{21}}{A_{11}}=1$$

２次モード：$\omega_{n2}=\sqrt{3k/m}$

$$\begin{bmatrix} 2k-m\omega_{n2}^2 & -k \\ -k & 2k-m\omega_{n2}^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_{12} \\ A_{22} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -k & -k \\ -k & -k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} A_{12} \\ A_{22} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}\ \text{より}\quad \frac{A_{22}}{A_{12}}=-1$$

機械力学２　第 10 回目　授業課題　　　　　　　　　　　　　　　　　令和元年６月 18 日

機械科学　（　　　）年（A,　N）クラス　（　　　　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　）

以下の振動系の運動方程式を導き，固有円振動数および振動モードを導け．ただし，$m_1=m_2=m$, $k_1=k_2=k_3=k$ とする．