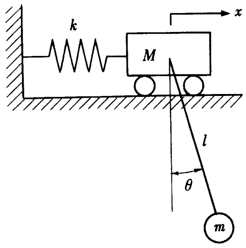
機械力学２　第 14 回目　授業課題　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　令和元年 7 月 30 日

機械科学　（　　　）年（ A,　N ）クラス　（　　　　　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　）

以下の走行クレーンの運動方程式をラグランジュの方程式を使って求めよ．$\boldsymbol{\theta}$ が微小なとき，以下の関係を使っても良い．$\mathbf{sin}\boldsymbol{\theta} \approx \boldsymbol{\theta}$，$\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\theta} \approx \mathbf{1} - \dfrac{\boldsymbol{\theta}^2}{\mathbf{2}}$．ただし，$\dot{\boldsymbol{\theta}}^2\boldsymbol{\theta} = \dot{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{\theta}^2 = \mathbf{0}$ とできる．



$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right] - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \qquad q_1 = x \;,\; q_2 = \theta$$ とおいて

運動エネルギ　$T == \dfrac{1}{2}M\dot{x}^2 + \dfrac{1}{2}m(\dot{x} + l\dot{\theta})^2 + \dfrac{1}{2}m(l\dot{\theta}\theta)^2$

ポテンシャルエネルギ　$U = \dfrac{1}{2}kx^2 + mgl\,\dfrac{\theta^2}{2}$

よって，　$\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} + m(\dot{x} + l\dot{\theta})$，　$\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = ml(\dot{x} + l\dot{\theta}) + ml^2\dot{\theta}\theta^2 = ml(\dot{x} + l\dot{\theta})$

$\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$，　$\dfrac{\partial T}{\partial \theta} = ml^2\dot{\theta}^2\theta = 0$，　$\dfrac{\partial U}{\partial x} = kx$，　$\dfrac{\partial U}{\partial \theta} = mgl\,\theta$

したがって，ラグランジュの方程式に代入すると以下のようになる．

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} + kx = 0$$

$$ml\ddot{x} + ml^2\ddot{\theta} + mgl\theta = 0$$

（これは，線形化された運動方程式である．教科書のままの解を導いても正解とする．）

機械力学２　第 14 回目　授業課題　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　令和元年 7 月 30 日

機械科学　（　　　）年（ A,　N ）クラス　（　　　　　　　）番　氏名（　　　　　　　　　　　　）

以下の走行クレーンの運動方程式をラグランジュの方程式を使って求めよ．$\boldsymbol{\theta}$ が微小なとき，以下の関係を使っても良い．$\mathbf{sin}\boldsymbol{\theta} \approx \boldsymbol{\theta}$，$\mathbf{cos}\,\boldsymbol{\theta} \approx \mathbf{1} - \dfrac{\boldsymbol{\theta}^2}{\mathbf{2}}$．ただし，$\dot{\boldsymbol{\theta}}^2\boldsymbol{\theta} = \dot{\boldsymbol{\theta}}\boldsymbol{\theta}^2 = \mathbf{0}$ とできる．