

教科書図 2.1 のばね-質量系について、質量 10kg, ばね定数 500N/m とする。固有角振動数を求めよ。また、初期条件 $x(0)=0.02\text{m}$, $v(0)=1\text{m/s}$ のときの自由振動の解を求めよ。

図 2.1 の運動方程式は、 $m\ddot{x} = -kx$ である。これを整理して、 $\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$,

よって、固有角振動数は、 $\omega_n = \sqrt{k/m} = \sqrt{500/10} = 5\sqrt{2} = 7.07 \text{ rad/s}$.

解の導出は P.28 にあるので省略する (本当は導出が大切)。

$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + B_1 \sin \omega_n t$ となる。速度は、 $\dot{x}(t) = -A_1 \omega_n \sin \omega_n t + B_1 \omega_n \cos \omega_n t$ なので、こ

れらに初期条件を代入して、 $x(0) = A_1 = 0.02$ から、解は、 $x(t) = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sin(\omega_n t + \phi)$
 $\dot{x}(0) = B_1 \omega_n = 1$

ここで、

$$\sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \sqrt{0.02^2 + \left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{51}}{50} = 0.143 \quad , \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{x_0 \omega_n}{v_0}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) = 0.1405 \text{ rad} (= 8.05^\circ)$$

自由振動の解は、 $x(t) = 0.143 \sin(7.07t + 0.14)$

GW の課題 : 2 章の章末問題 2.6, 2.7, 2.9 の解答を提出すること。5/7 に提出。