

(1) 教科書 p.42 の対数減衰率の導出において, 式(2.35)(旧版, p.24 式(2.37))となることを示せ.

減衰自由振動の解は式(2.34)になる. 極大側を考えると, 振幅  $x_1$  から一周後の振幅  $x_2$  では時刻が  $t_1$  から  $t_1 + T_d$  になることを意味する. 初期条件から決定される最初の平方根の中は時間による変化は無い. また, 正弦波部分においても最大値は 1 で変化はない. 最小値も同様に  $-1$  である. したがって, 指数関数部分のみを考慮するだけでよい. よって,

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{e^{(-\zeta\omega_n t_1)}}{e^{(-\zeta\omega_n (t_1 + T_d))}} = e^{(\zeta\omega_n T_d)} \quad \text{となる. ここで, } T_d = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{なので,}$$

$\frac{x_1}{x_2} = e^{(\zeta\omega_n T_d)} = e^{\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$  であり, 隣り合った振幅では全て同様の関係になる. 極小側も同様の関係が成立する.

(1) 教科書 p.42 の対数減衰率の導出において, 式(2.35)(旧版, p.24 式(2.37))となることを示せ.